

Teil I: Grundlagen

1 Strahlenphysik: Lösungen

Steffen Greilich und Julia-Maria Osinga-Blättermann

Lösung zu 1.1

Die Energie, die für 1 K Erwärmung in 1 kg Wasser benötigt wird, beträgt 4,2 kJ. Dies entspricht einer Dosis von 4200 Gy! In Elektronenvolt ausgedrückt ($1 \text{ J} \approx (1/1,602 \cdot 10^{-19}) \text{ eV} = 6,242 \cdot 10^{18} \text{ eV}$) sind dies $2,622 \cdot 10^{19} \text{ eV/g}$. Bei dem gegebenen W -Wert werden somit ca. $1,05 \cdot 10^{21}$ Ionenpaare in 1 g Wasser erzeugt. Die Gesamtzahl der Moleküle in 1 g Wasser beträgt ca. $6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} / (18,02 \text{ g/mol}) \approx 3,34 \cdot 10^{22}$. Somit werden etwa 3,1 % der Wassermoleküle ionisiert. Bei einer typischen Strahlentherapie-dosis (2 Gy) sind dies also ca. 15 ppm.

Lösung zu 1.2

Elektronen werden beim Durchgang durch den Absorber von ihrer ursprünglichen Bahn abgelenkt (gestreut). Unterteilt man nun den Absorber durch Schnitte in der Tiefe in Teilvolumina identischen Rauminhalts, so legen die Elektronen innerhalb dieser Volumina eine mit der Tiefe zunehmende Wegstrecke zurück (der kürzeste Weg ist die Senkrechte). Die volumetrische Definition drückt die Teilchenfluenz als $\Phi = \sum_i l_i / V$ aus. Da $\sum_i l_i$ mit der Tiefe ansteigt, gilt dies auch für Φ . Es handelt sich also um einen geometrischen Effekt, während die Ausprägung eines Dosismaximums bei Photonen vornehmlich durch die zunehmende Zahl an Sekundärelektronen bedingt ist.

Lösung zu 1.3

Cobalt-60 zerfällt unter Aussendung eines Beta-Elektrons zu 99,88 % mit einer Energie von 0,31 MeV in einen angeregten Nickel-60 Kern. Die Abregung geschieht über einen Zwischenzustand durch zwei Gammaquanten (mit den erwähnten 1,17 und 1,33 MeV). Mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit (0,12 %) kann der Beta-Zerfall ($1,48 \text{ MeV} = 1,17 + 0,31 \text{ MeV}$) auch direkt in den Zwischenzustand von Nickel-60 führen. Somit überwiegt zwar ganz leicht die 1,33 MeV-Gamma-Emission, man kann aber mit gleicher Wahrscheinlichkeit für beide Zerfallskanäle rechnen: $\bar{E}_{\text{Co-60}} = 0,5 \cdot 1,17 \text{ MeV} + 0,5 \cdot 1,33 \text{ MeV} = 1,25 \text{ MeV}$



Lösung zu 1.4

Bei Strahlungsgleichgewicht gilt, dass die Zerfallsenergie vollständig im betrachteten Volumen absorbiert wird. Nimmt man eine konstante Konzentration von Radon-222 an und betrachtet lediglich dessen Zerfälle (und nicht die der anderen Radionuklide der Zerfallsreihe), so ergibt sich bei 50 Zerfällen pro Sekunde und m^3 :

$$\begin{aligned}\dot{D} &= 5,6 \cdot 10^6 \text{ eV} \times 50 / (\text{s} \cdot \text{m}^3) \\ &= 2,8 \cdot 10^8 \text{ eV} / (\text{s} \cdot \text{m}^3)\end{aligned}$$

Mit $1 \text{ eV} \approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ erhält man:

$$\dot{D} = 4,5 \cdot 10^{-11} \text{ J} / (\text{s} \cdot \text{m}^3)$$

1 m^3 Luft (Meereshöhe, 15 C) hat eine Masse von 1,225 kg, somit ergibt sich

$$\dot{D} = 3,7 \cdot 10^{-11} \text{ Gy} / \text{s} = 1,2 \text{ mGy} / \text{y}$$

Zum Vergleich: laut Strahlenschutzverordnung muss ab einer effektiven Dosis von $1 \text{ mSv} / \text{y}$ (6 mSv/y) ein Gebiet als Überwachungsbereich (Kontrollbereich) ausgewiesen werden.

Lösung zu 1.5

Beim α -Zerfall zerfällt der Mutterkern in einen Tochterkern und ein α -Teilchen, d.h. es handelt sich um ein 2-Körper-Problem, bei dem die Energieverteilung auf die beiden Zerfallsprodukte durch Energie- und Impulserhaltung eindeutig festgelegt ist. Beim β -Zerfall handelt es sich hingegen um ein 3-Körper-Problem, da neben dem Tochterkern ein Elektron oder Positron und ein Neutrino oder Antineutrino entstehen. Hierbei kann die beim Zerfall frei werdende Energie in zufälliger Weise auf die drei Zerfallsprodukte aufgeteilt werden, so dass die resultierende β -Strahlung bis zu einer maximalen Energie kontinuierlich ist.

Lösung zu 1.6

Beim PET nutzt man Radionuklide, die β^+ -Emitter sind. Durch Umwandlung eines Protons in ein Neutron geht der Mutterkern unter Emission eines Positrons, d.h. einem positiv geladenen Elektron, und eines Neutrinos in einen energetisch günstigeren Zustand über. Beim PET nutzt man aus, dass das beim Zerfall im Körper entstehende Positron nach seiner Entstehung wieder mit einem Elektron zerstrahlt, wobei zwei Photonen mit einer Energie von jeweils 511 keV frei werden, welche außerhalb des Körpers mit Hilfe entsprechender Detektoren im Tomographen nachgewiesen werden können.



Lösung zu 1.7

Siehe Tabelle 2.1 in Abschnitt 2.2.

Lösung zu 1.8

Bei Teilchen gleicher kinetischer Energie (pro Nukleon) sind die Reichweiten proportional zum Verhältnis der Massen und antiproportional zum Verhältnis der Ladungsquadrate. Das bedeutet, dass ein Helium-Kern (vier Nukleonen, $Q = 2+$) bei 100 MeV/u ungefähr die gleiche Reichweite besitzt wie ein Wasserstoff-Kern (ein Nukleon, $Q = 1+$) bei 100 MeV. Bei Kohlenstoff gleichen sich Massen- und Ladungsverhältnis nicht mehr aus und die Reichweite reduziert sich auf ein Drittel. Die genauen Zahlen sind in Wasser: (p 7.72 cm, He 7.76 cm, C 2.57 cm).

Die abgeschätzte Reichweite des 200 MeV Protons ist um einen Faktor von ca. $2^{1.75} \approx 3.4$ größer als die des 100 MeV Protons, was sehr gut mit der tatsächlichen Reichweite in Wasser von 26,0 cm übereinstimmt.

Lösung zu 1.9

Der Bethe-Heitler-Querschnitt der Strahlungsbremung steigt linear mit der (totalen) Energie der Elektronen, während die Stoßwahrscheinlichkeit (bis zum relativistischen Bereich) abnimmt. Somit wird der überwiegende Anteil der Energie der Elektronen bei Röhrenspannungen um 100 kV lokal in der Anode deponiert und führt letztlich zu einer Erwärmung. Das Verhältnis zur Erzeugung von Bremsstrahlung ist bei Linearbeschleunigern (ca. 4 MV und mehr) dagegen günstiger, so dass sogar auf eine weitere Steigerung der Effizienz (über die Z^2 -Abhängigkeit) durch Hoch-Z-Materialien wie Wolfram verzichtet werden kann.



Lösung zu 1.10

Material	$\rho_e(1/g)$	$\rho_e^V(1/cm^3)$
Wasserstoff	6.00×10^{23}	5.39×10^{19}
Kohlenstoff	3.01×10^{23}	6.77×10^{23}
Luft	2.87×10^{23}	3.70×10^{20}
Wasser	3.34×10^{23}	3.34×10^{23}
Blei	2.38×10^{23}	2.69×10^{24}
Knochen	3.00×10^{23}	5.50×10^{23}

Für körpereigene Substanzen ändert sich die massenbezogene Elektronendichte nur relativ gering (Schwankung kleiner +/-20 %). Grund ist, dass nur Wasserstoff mit ca. 1 ein deutlich von 0.5 verschiedenes Z/A-Verhältnis aufweist. Die volumenbezogene Elektronendichte wird maßgeblich von den Massedichteschwankungen im Körper (Luft/Weichgewebe/Knochen) bestimmt.

Lösung zu 1.11

Aussagen a & d sind zutreffend. Erläuterungen dazu siehe Abschnitt 2.4.2.1.

Lösung zu 1.12

Zur Minimierung der natürlichen Leitfähigkeit werden p-n Kombinationen, d.h. Halbleiterdioden, verwendet. Diese werden in Sperrrichtung betrieben, so dass der natürliche Stromfluss vernachlässigbar klein wird und die intrinsische Zone analog zum Messvolumen einer klassischen Ionisationskammer aufgefasst werden kann. Die bei Bestrahlung in der intrinsischen Schicht entstehenden Ladungsträger werden dann durch die äußere Spannung abgesaugt und gemessen.

Lösung zu 1.13

Option c ist richtig. Erläuterungen dazu siehe Abschnitt 2.4.2.1.

